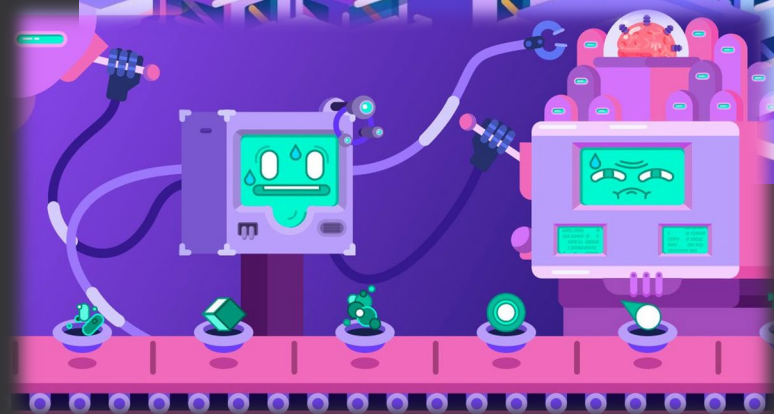




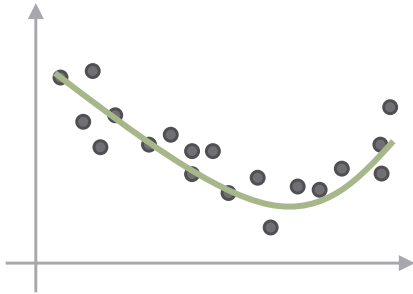
Metody i narzędzia *Big Data*

Interpolacja



Aproksymacja

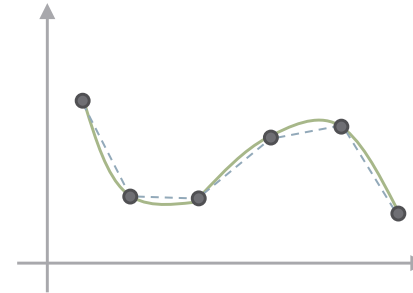
x_1	x_2	\cdots	x_N
y_1	y_2	\cdots	y_N



INTERPOLACJA

x_1	x_2	\cdots	x_N
y_1	y_2	\cdots	y_N

$$x_0 < x_1 < \cdots < x_N$$

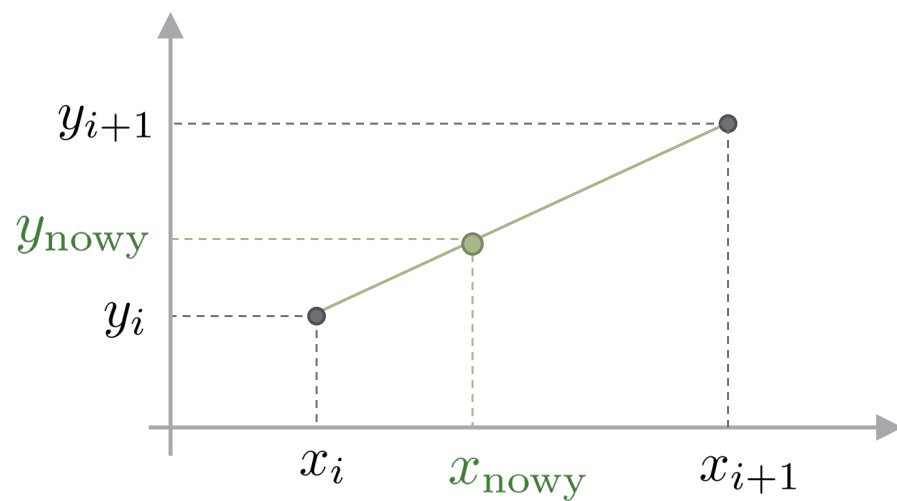


Wymóg: model dokładnie odtwarza tabelę

$$y_i = \text{model}(x_i)$$

- – węzeł (ang. *knot*)

Po co nam model interpolacyjny?



Model nie musi być jawny

$$\frac{y_i - y_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} = \frac{y_i - y_{\text{nowy}}}{x_i - x_{\text{nowy}}}$$

$$y = ax + b$$

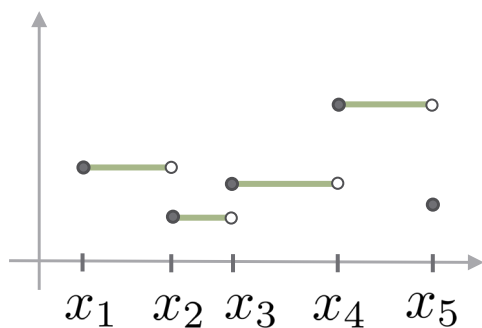
$$a = ? \quad b = ?$$

Modele interpolacyjne

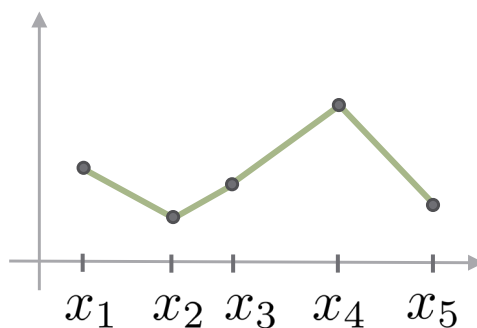
Model łączy tylko sąsiednie węzły

Splajny (funkcje sklejane, ang. *splines*)

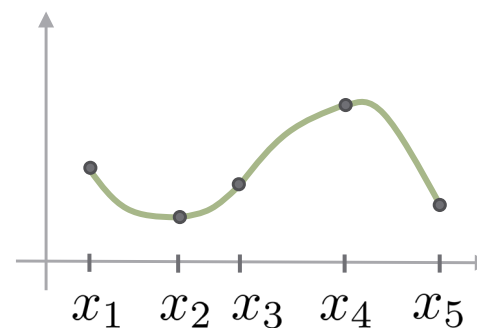
splajn 0 stopnia



splajn 1 stopnia



splajn 3 stopnia



Modele interpolacyjne

Model łączy tylko sąsiednie węzły

Splajn k -tego stopnia:

- w przedziałach $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$ jest wielomianem k -tego stopnia
- ma ciągłą $(k-1)$ -wszą pochodną na przedziale $\langle x_0, x_N \rangle$

$$\bullet \quad S(x) = \begin{cases} S_0(x) & \text{dla } x \in \langle x_0, x_1 \rangle \\ S_1(x) & \text{dla } x \in \langle x_1, x_2 \rangle \\ \vdots & \\ S_{N-1}(x) & \text{dla } x \in \langle x_{N-1}, x_N \rangle \end{cases}$$

- przyjmuje się zwykle, że $S(x) = S_0(x)$ dla $x < x_0$
 $S(x) = S_{N-1}(x)$ dla $x > x_N$

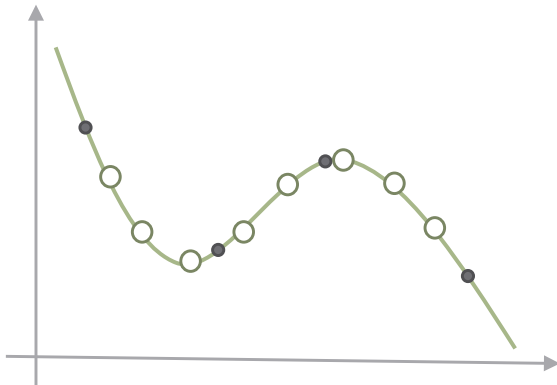
splajn kubiczny

$$S''(x_0) = S''(x_N) = 0$$

Modele interpolacyjne

Pojedynczy model dla wszystkich węzłów

np. wielomian N -tego stopnia



Reprezentacja Newtona

$$g(x) = \sum_{i=0}^N c_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

$c_i = ?$

Ilorazy różnicowe

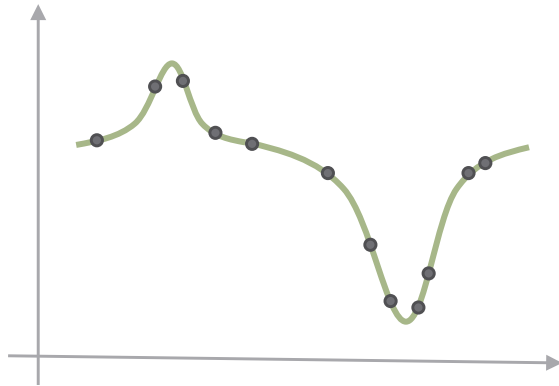
Reprezentacja Lagrange'a

$$g(x) = \sum_{i=0}^N y_i \prod_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^N \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Modele interpolacyjne

Pojedynczy model dla wszystkich węzłów

Uogólnione funkcje liniowe



$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^N c_i \phi_i(\mathbf{x})$$

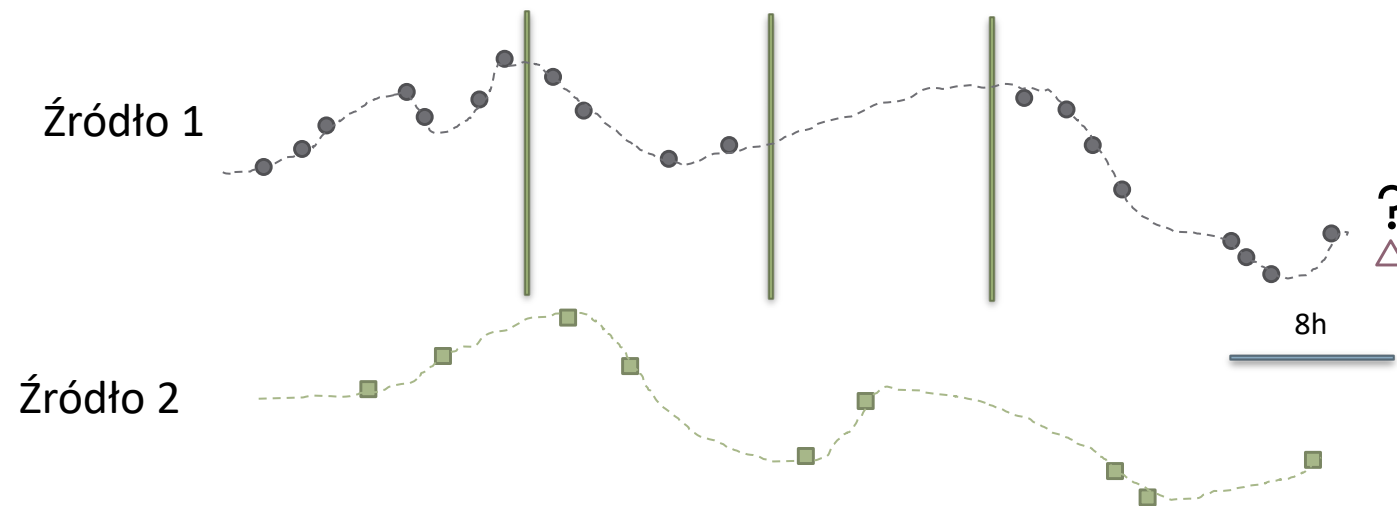
ϕ_i – funkcje bazowe

$c_i = ?$

Przykłady zestawów funkcji bazowych

- jednomiany
- wielomiany Czebyszewa
- szereg Fouriera

Łączenie szeregów czasowych z różnych źródeł



Co nam daje interpolacja?



this is the end