

Optymalizacja systemów

<https://dlaczegologia.pl/>



Wykład 1. Wstęp. Pojęcia podstawowe

Prof. zw. dr hab. inż. Jerzy Świątek

Pokój 120, budynek C-3



Godziny konsultacji

- ✎ Pokój 120, budynek C-3
- ✎ Poniedziałek godz. 10⁰⁰-11⁰⁰
- ✎ Środa godz. 10⁰⁰-11⁰⁰

- ✎ Środa godz. 11⁰⁰-13⁰⁰ (zdalnie)

- ✎ Uwaga:
- ✎ Oczekiwanie osób z niepełnościami – proszę o kontakt.
- ✎ Obecność zalecana lecz nieobowiązkowa.
Obecność sprawdzana losowo.
Premia na egzaminie za $\geq 50\%$ obecności na listach.

Egzamin

☞ Optymalizacja systemów

☞ Termin 0 – ostatni wykład:

☞ 4.02.2024 (środa) sala 23, budynek C-3, godz. 13:15 -15:00

☞ Warunki terminu 0:

- Pozytywne aktualne (tegoroczne) zaliczenie z ćwiczeń ≥ 3.5
- Propozycja oceny: ocena z ćwiczeń
- Obecność na ostatnim wykładzie
- Nieobecni (bez względu na przyczynę) rezygnują ze zwolnienia
- Można wcześniej ale nie po terminie 0. Należy przedstawić potwierdzoną ocenę.

☞ Termin 1:

☞ 11.02.2025 (środa) sala 23, budynek C-3, godz. 13:15 -15:00

☞ Termin 2:

☞ 18.02.2025 (środa) sala 23, budynek C-3, godz. 13:15 -15:00

CELE PRZEDMIOTU

- ✎ Zdobyć elementarnej wiedzy z zakresu metod rozwiązywania zadań optymalizacji oraz sposobów ich wykorzystania na potrzeby systemów wspomagania podejmowania decyzji
- ✎ Zdobyć umiejętności wykorzystania komputerowego środowiska obliczeń inżynierskich do rozwiązywania zadań optymalizacji

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

∞ Z zakresu wiedzy:

- PEK_W01 Zna metody formułowania prostych zadań optymalizacji.
- PEK_W02 Zna podstawowe metody rozwiązywania zadań optymalizacji.

∞ Z zakresu umiejętności:

- PEK_U01 Umie sformułować i rozwiązać proste zadanie optymalizacji.
- PEK_U02 Umie wykorzystać komputerowe środowisko obliczeń inżynierskich do rozwiązywania zadań z zakresu optymalizacji i wspomagania podejmowania decyzji.

∞ Z zakresu kompetencji społecznych:

- PEK_K01 Potrafi udokumentować wyniki swojej pracy w sposób zrozumiały.

Co to jest system?

∞ Pojęcie system

- nauka, technika, kultura, publicystyka, życie społeczne (system polityczny, etyczny, filozoficzny)

∞ Systemy naturalne

- Kosmiczne
- Geotektoniczne
- Klimatyczne
- Biologiczne
- Społeczne
- inne

Co to jest system?

☞ Systemy abstrakcyjne

- Etyczne
- Filozoficzne
- Religijne
- Kulturalne
- Prawne
- Polityczne
- inne

☞ Systemy intelektualne

- Badawcze
- Projektowe
- Obliczeniowe
- Ekspertowe
- inne

Co to jest system?

⌘ Systemy gospodarcze

- Produkcyjne
- Usługowe
- Administracyjne
- inne

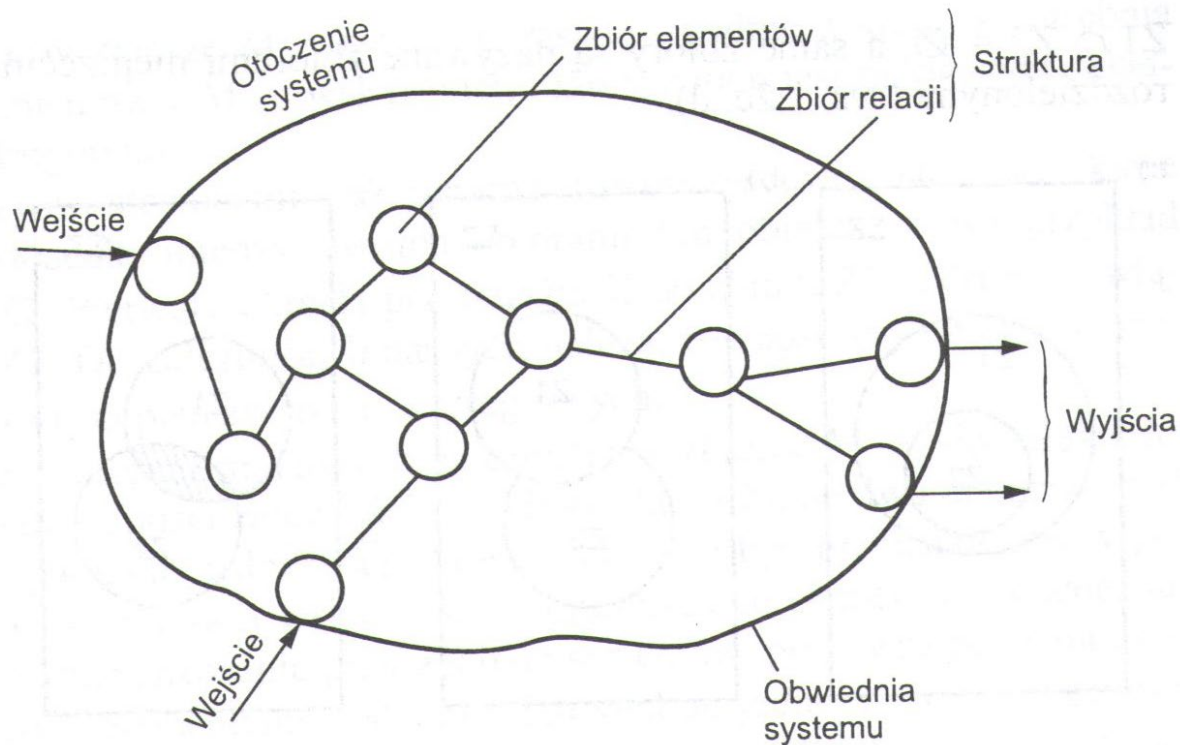
⌘ Systemy Techniczne

- Mechaniczne
- Elektryczne
- Budowlane
- Transportowe
- inne

Co to jest system?

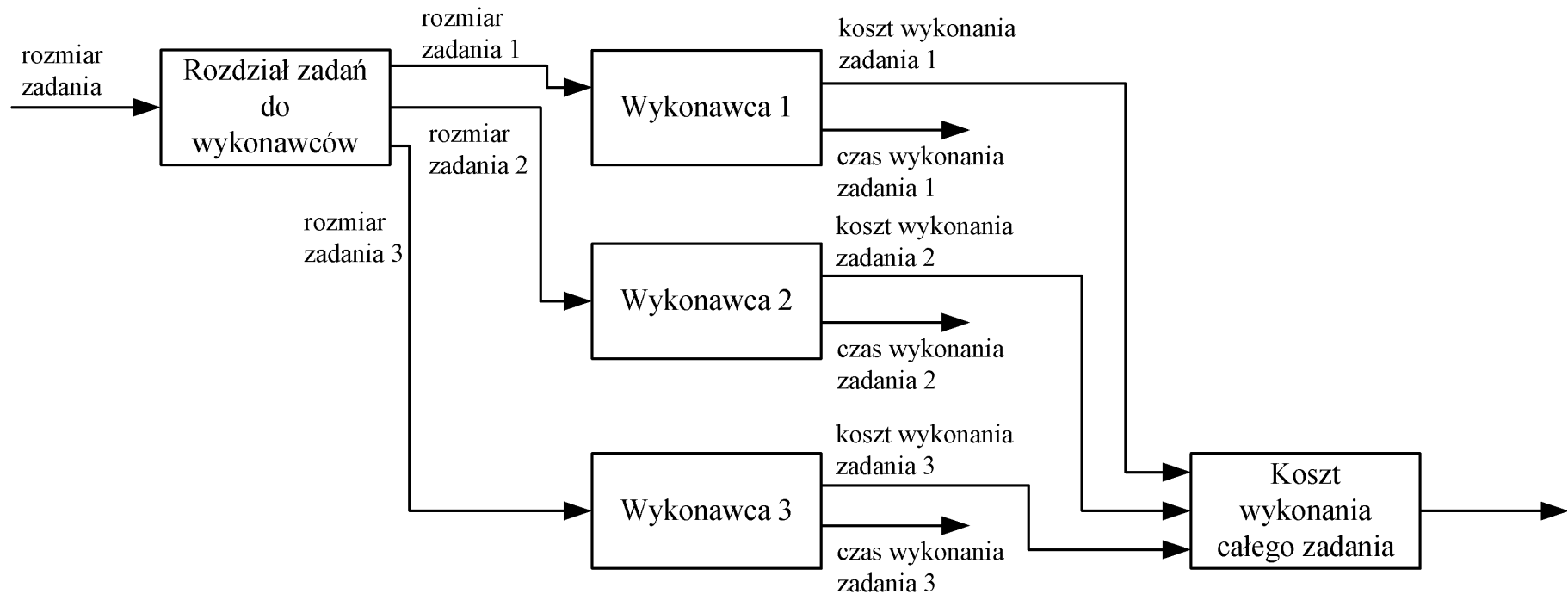
- ⌘ **System** to byt przejawiający istnienie przez synergiczne współdziałanie swych części.
- ⌘ **System** to zbiór (zespół, kompleks) współdziałających ze sobą elementów, stanowiący celowo zorientowaną jedną całość. Elementy systemu posiadają pewne właściwości lub atrybuty oraz znajdują się w określonych relacjach (związkach) między sobą.
- ⌘ **System** to byt będący zbiorem elementów z określonymi właściwościami i relacjami, stanowiący jedną celowościową całość.
- ⌘ **System** to zbiór wzajemnie zależnych elementów pracujących razem dla pewnego wspólnego celu.
- ⌘ **System** jest zbiorem elementów tworzących złożoną całość, związanych zależnościami funkcjonalnymi i posiadającym określony cel (zamysł) np. system transportowy.

Co to jest system?



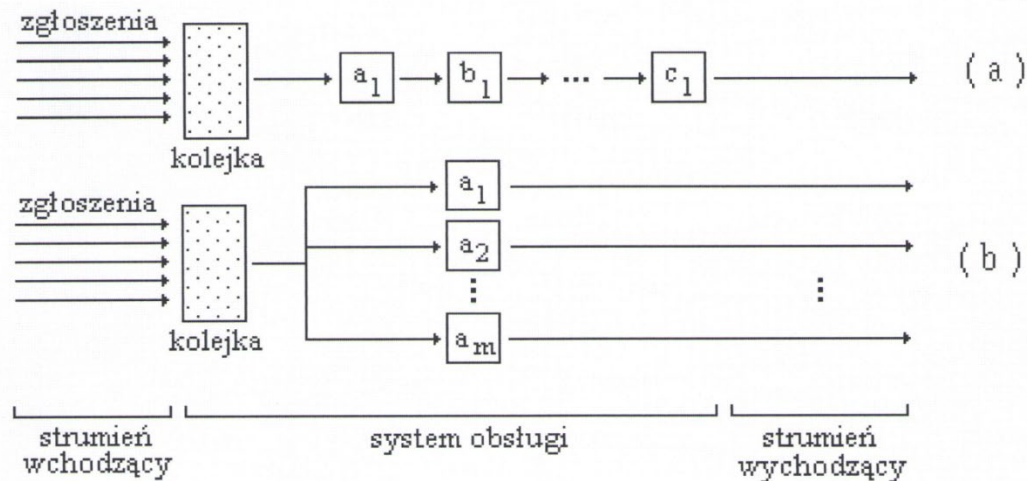
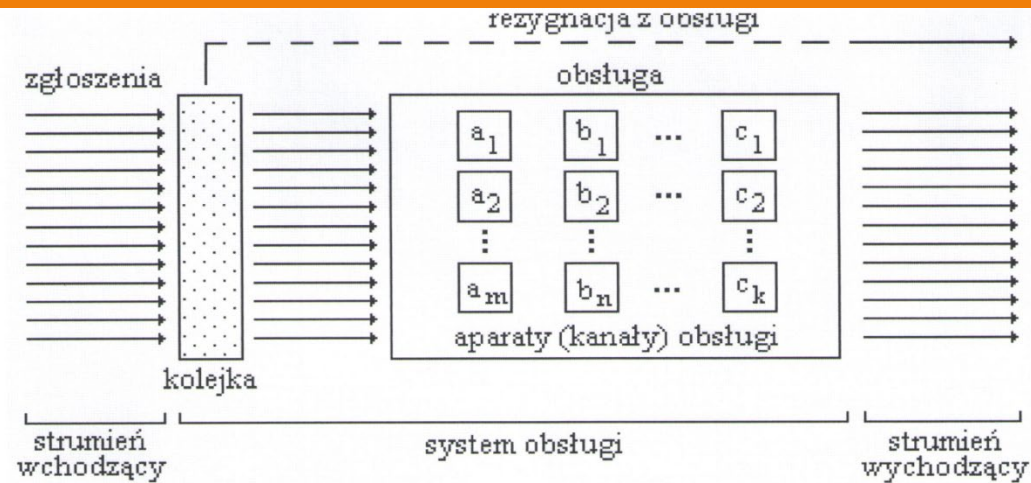
Model systemu

Przykład Systemu



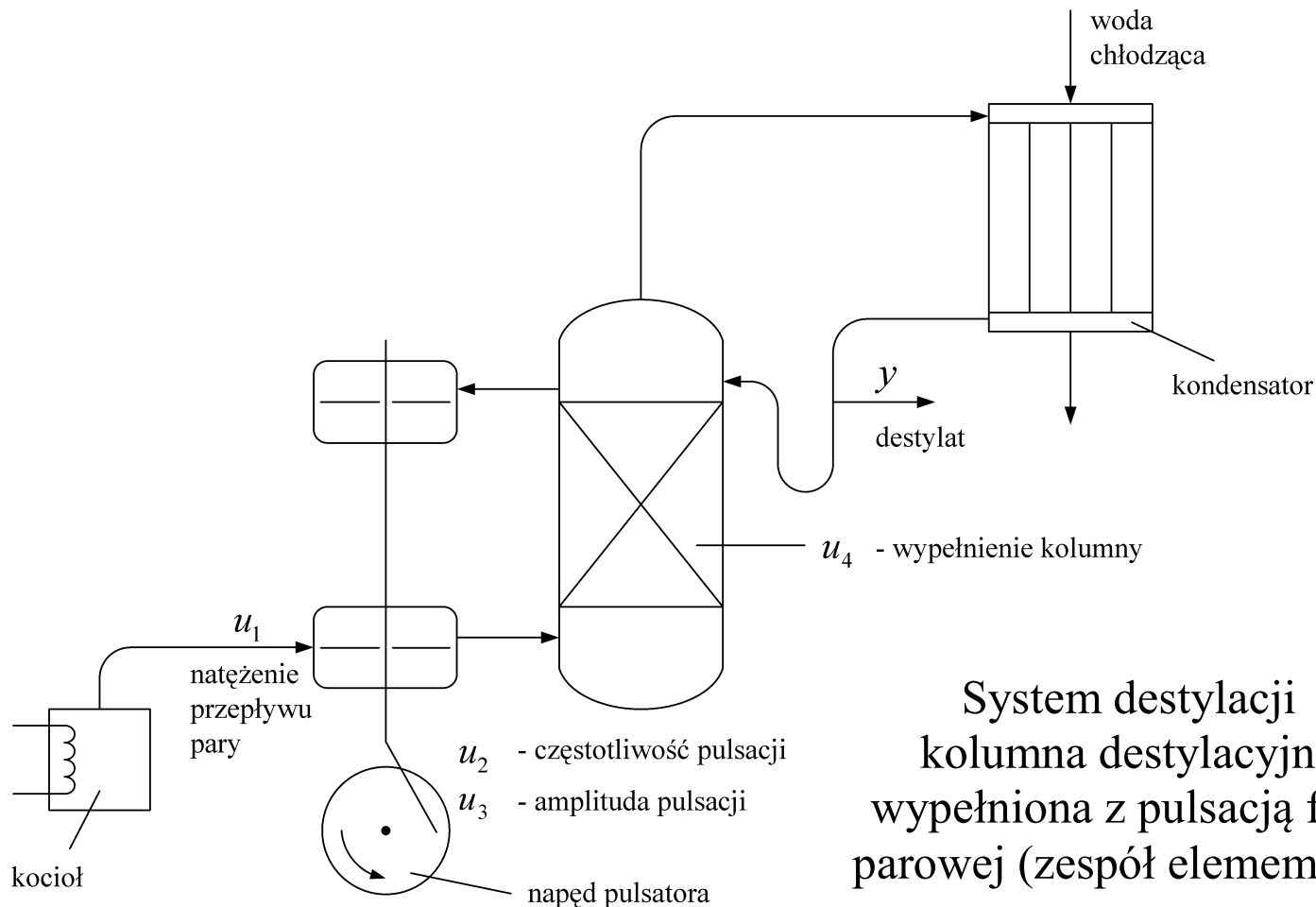
System przydziału zadań (praca zespołowa)

Przykład systemu



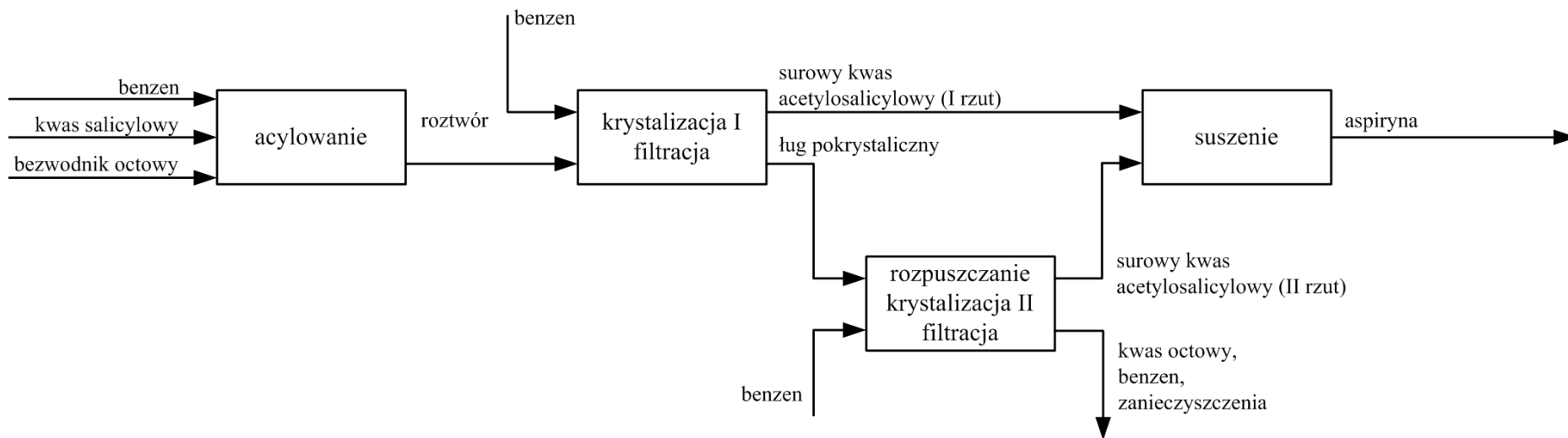
System masowej obsługi

Przykład systemu



System destylacji
kolumna destylacyjna
wypełniona z pulsacją fazy
parowej (zespół elementów)

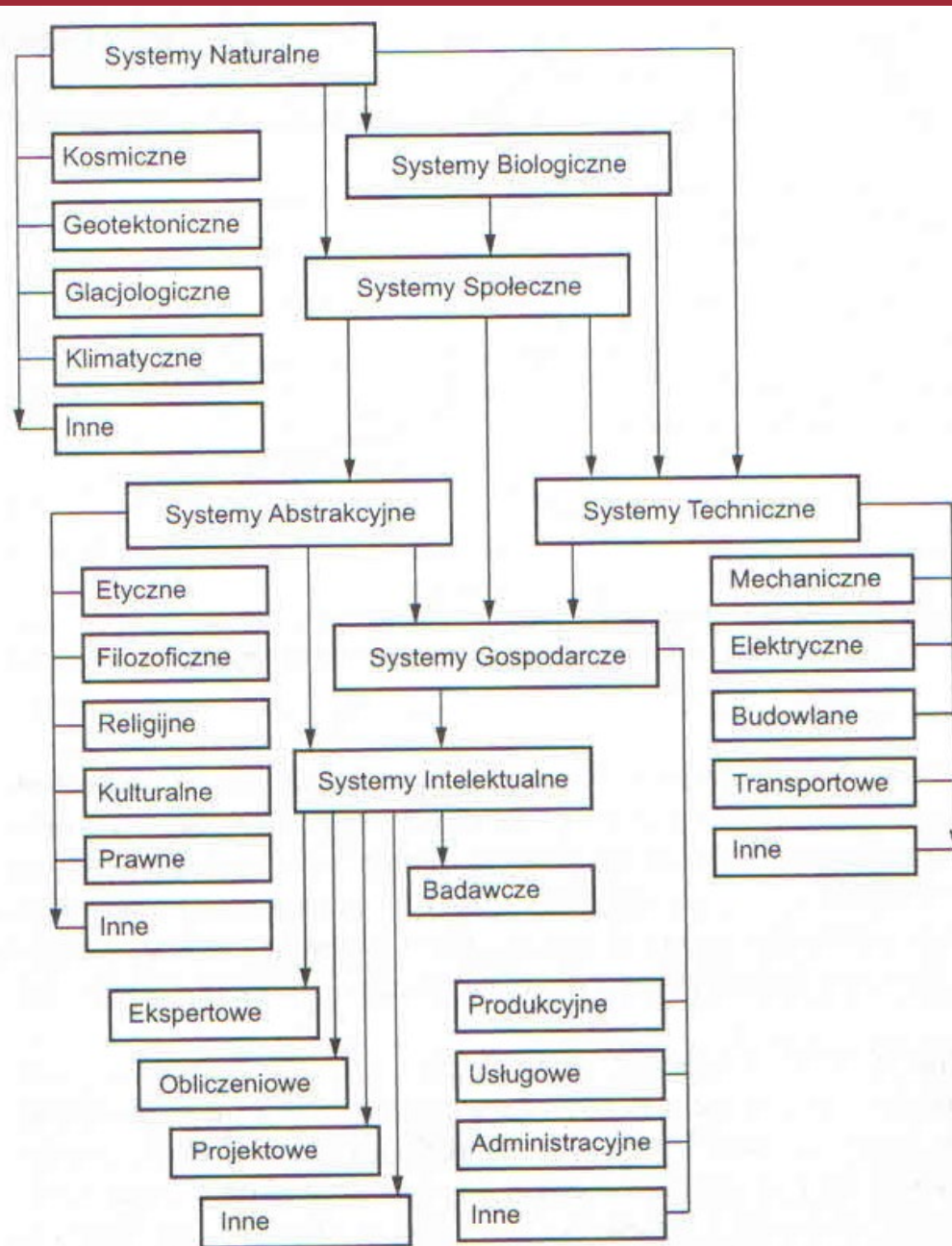
Przykład sytemu



System produkcji aspiryny

Ewolucja systemów

- Systemy naturalne
- Systemy biologiczne
- Systemy społeczne
- Systemy techniczne
- Systemy gospodarcze



Rys. 1.5. Schemat klasyfikacyjno-ewolucyjny ważniejszych typów systemów

Ewolucja systemów

- ⌘ **Systemy naturalne** – składające się z materii nieożywionej, energii oraz różnorodny elementów będących wynikiem ich rozwoju i współdziałania.
- ⌘ **Systemy biologiczne** – od prostych organizmów po bardziej złożone wielokomórkowe, ... aż do powstania hominidów, po kształtowanie świadomości.
- ⌘ **Systemy społeczne** – tworzone przez organizmy żywe, systemy **rodzinne** obejmujące potrzeby kreowania potomstwa i dbałość o jego przetrwanie. Tendencje do gromadzenia się w **stada** – przetrwanie, podział ról (pszczoły, mrówki). Współpraca, specjalizacja, przepływ informacji – rozwój, uczenie się od innowacyjnych osobników

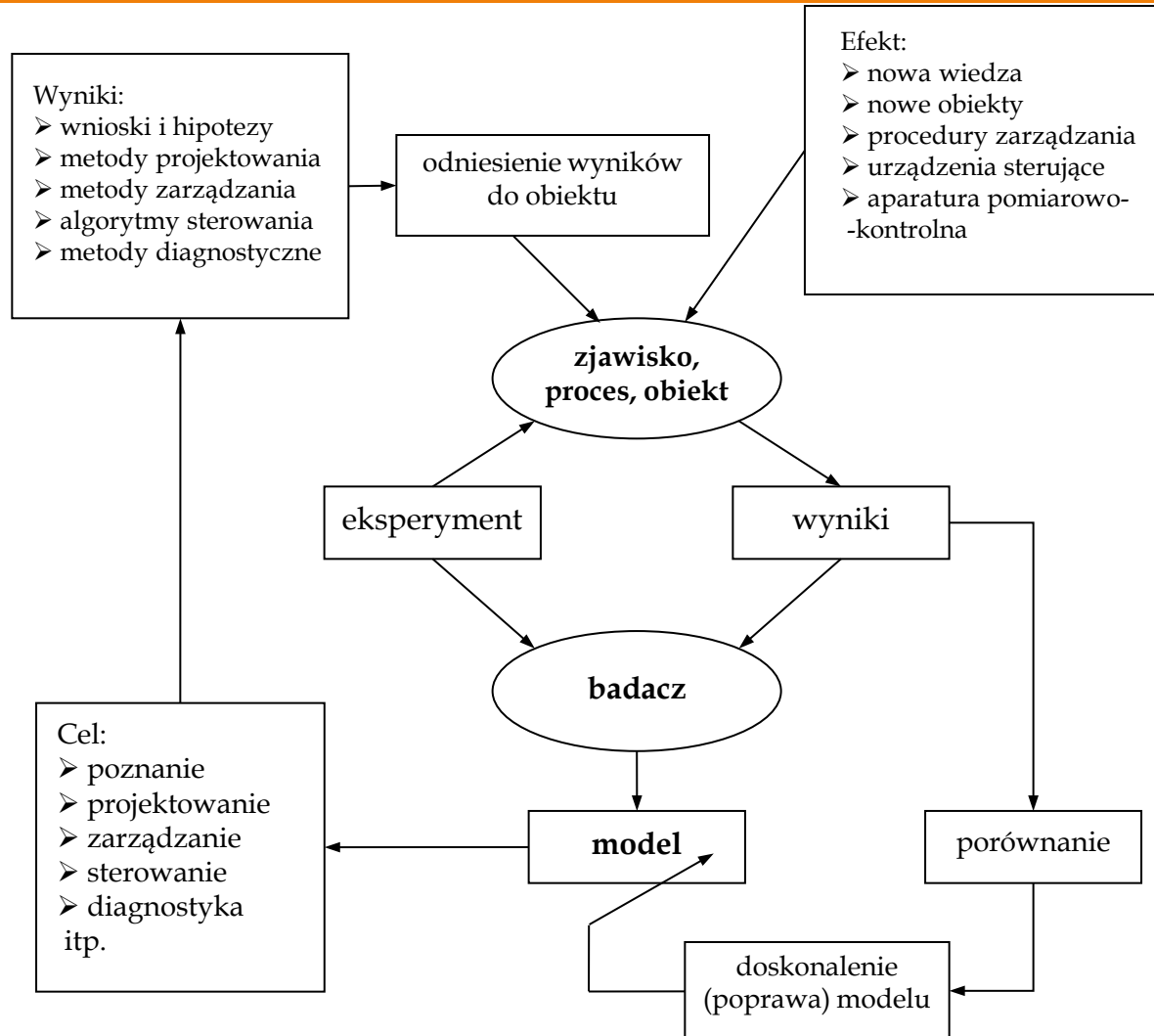
Systemy techniczne

- ⌘ Kolejny etap rozwoju to systemy techniczne – początkowo to wytwarzanie obiektów budowlanych, obronnych, rolniczych o mało skomplikowanej strukturze.
- ⌘ Obecnie systemy techniczne konstytuowane w systemach społecznych ludzi z pomocą:
 - Obecnie dostępnej wiedzy i znajomości wcześniejszych rozwiązań, systemów technicznych,
 - Kreatywnych pomysłów zgłaszanych przez jednostki lub zespoły w celu nadania nowych cech tworzonemu obiektom,
 - Dysponowanej technologii umożliwiającej wykonanie planowanego obiektu – systemu technicznego.
- ⌘ Ograniczenia w kreowaniu nowych systemów:
 - Właściwości dostępnych materiałów,
 - Cechy dysponowanej technologii,
 - Niewiedza dotycząca niektórych proponowanych rozwiązań, wymagająca badań rozpoznawczych lub identyfikacji.

Analiza systemowa

- ∞ Analiza systemowa – zbiór metod i technik wspomagających analizę, projektowanie, zarządzanie i sterowanie w złożonych sytuacjach
 - Systematyczny sposób analizy złożonych problemów w celu osiągnięcia określonego celu
 - Opracowanie propozycji różnych rozwiązań z uwzględnieniem złożonego celu oraz wielu kryteriów oceny rozwiązania
 - Wspomaganie decydenta w wyborze optymalnego rozwiązania spośród wielu możliwości

Model w badaniach systemowych



Typowe zadania decyzyjne

- ✧ Zarządzanie zapasami
- ✧ Zarządzanie alokacją zasobów
- ✧ Zarządzanie masową obsługą (obciążenia punktów wykonania zadań)
- ✧ Szeregowanie zadań
- ✧ Wybór marszruty
- ✧ Zamiany (wymiany) przy przebrojeniach remontach i uszkodzeniach
- ✧ Współzawodnictwo (teoria gier)
- ✧ Poszukiwanie (prognozowanie)

Sformułowanie zadania wspomagania decyzji

Decyzja: różne typy elektrowni



Elektrownia wodna

$x^{(1)}$



Elektrownia atomowa

$x^{(2)}$



Elektrownia wiatrowa

$x^{(3)}$

Obrazy:

<http://ziemianarozdrozu.pl/encyklopedia/67/hydroenergetyka/>

http://kresy24.pl/showNews/news_id/5871/

<http://windy-future.info/2009/10/13/large-wind-turbine/>

$x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}$ - obciążenie elektrowni –
zmienne decyzyjne

c_1, c_2, c_3 – koszt jednostkowy
wytworzenia energii

Cel: minimalizacja kosztów wytworzenia: $F(x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}) = c_1 x^{(1)} + c_2 x^{(2)} + c_3 x^{(3)}$

Ograniczenia: – spełnienie zapotrzebowania na energię: $x^{(1)} + x^{(2)} + x^{(3)} \geq \beta$
– możliwości poszczególnych elektrowni: $0 \leq x^{(n)} \leq \alpha_n, n = 1, 2, 3$

Sformułowanie zadania wspomagania decyzji

Zmienne decyzyjne: $x = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ \vdots \\ x^{(S)} \end{bmatrix}$

Funkcja celu: $y = F(x)$

Zbiór rozwiązań dopuszczalnych (zwykle określony przez wskazanie ograniczeń):

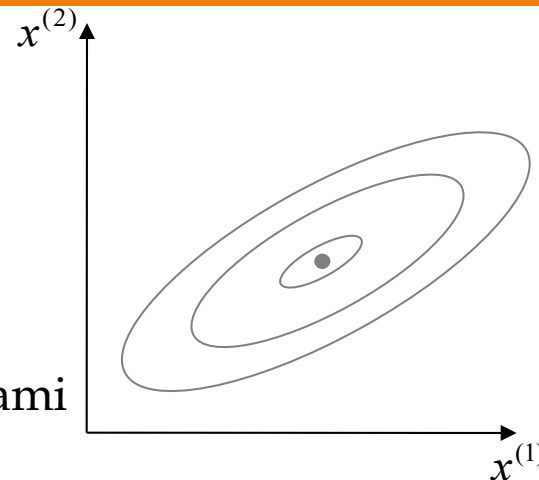
$$x \in \mathcal{D}_x$$

Decyzja optymalna: $x^* \rightarrow F(x^*) = \min_{x \in \mathcal{D}_x} F(x), \quad \min F(x) = -\max(-F(x))$

Decyzja zadowalająca: $\tilde{x} \rightarrow F(\tilde{x}) \leq F(x^*) + \alpha = \gamma \wedge x \in \mathcal{D}_x$

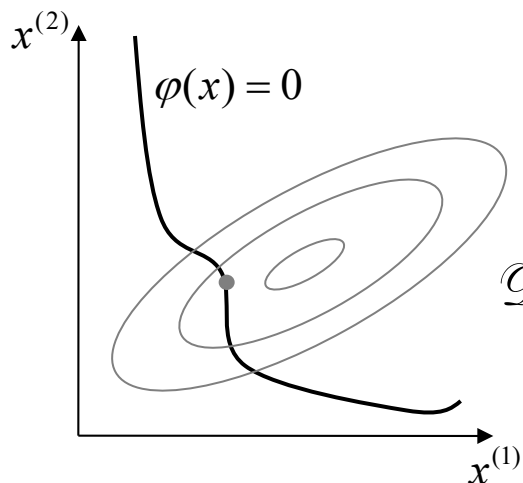
Typowe zadania decyzyjne

Zadanie decyzyjne bez ograniczeń: $\mathcal{D}_x = \mathcal{R}^S$



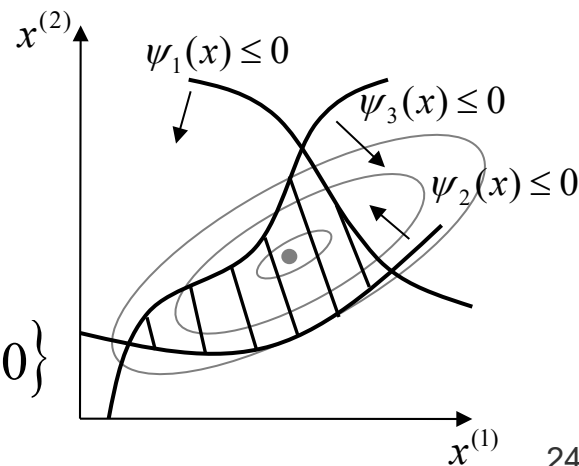
Zadanie decyzyjne z ograniczeniami równościowymi:

$$\mathcal{D}_x = \{x \in \mathcal{R}^S : \varphi_1(x) = 0, \varphi_2(x) = 0, \dots, \varphi_L(x) = 0, L \leq S\}$$



Zadanie decyzyjne z ograniczeniami nierównościami:

$$\mathcal{D}_x = \{x \in \mathcal{R}^S : \psi_1(x) \leq 0, \psi_2(x) \leq 0, \dots, \psi_M(x) \leq 0\}$$



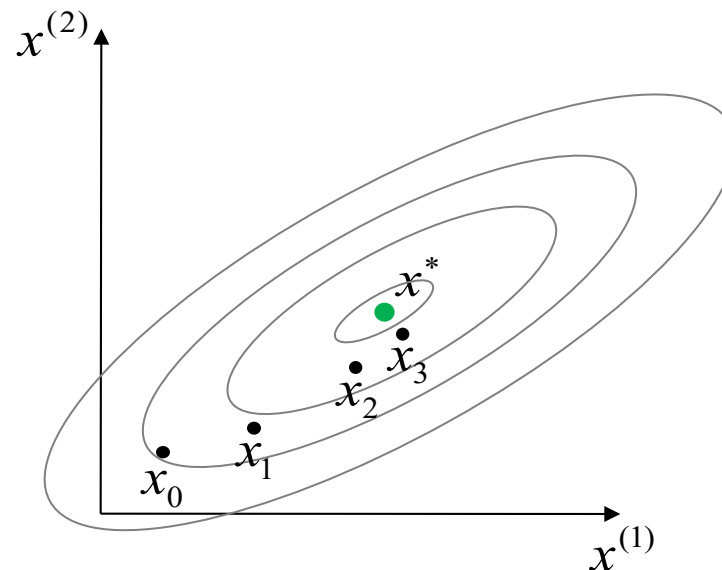
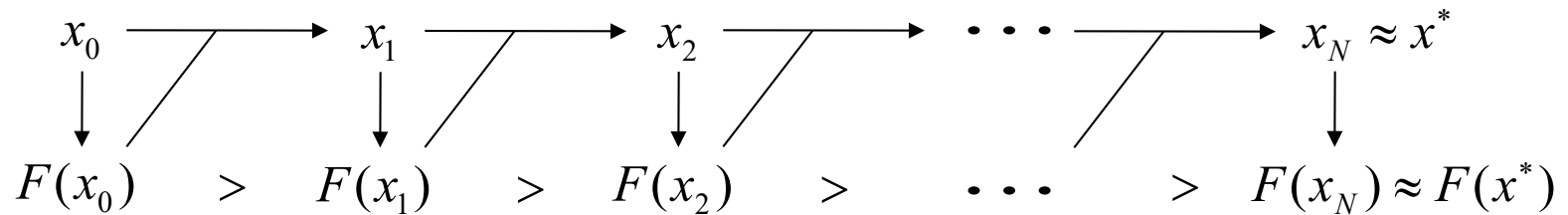
Analityczne metody optymalizacji

- ⌘ Zadanie optymalizacji bez ograniczeń
- ⌘ Zadanie optymalizacji z ograniczeniami równościowymi – metoda współczynników Lagrange’a
- ⌘ Zadanie optymalizacji z ograniczeniami nierównościowymi – metoda Kuhna-Tuckera

Metody numeryczne

$$x^* \rightarrow F(x^*) = \min_{x^* \in \mathcal{D}_x} F(x),$$

Konstruujemy ciąg przybliżeń na podstawie wartości funkcji $F(x)$ w danym punkcie x



Typowe zadania decyzyjne

Programowanie liniowe

Zmienne decyzyjne: $x \in \mathcal{D}_x \subseteq \mathcal{R}^S$

Funkcja celu: $F(x) = c^T x = \sum_{s=1}^S c_s x^{(s)}$ $c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_S \end{bmatrix}$

Ograniczenia:

$$\varphi_l(x) = a_l^T x - \alpha_l = 0, \quad a_l = \begin{bmatrix} a_l^{(1)} \\ a_l^{(2)} \\ \vdots \\ a_l^{(S)} \end{bmatrix}$$
$$l = 1, 2, \dots, L$$

$$\psi_m(x) = b_m^T x - \beta_m \leq 0, \quad b_m = \begin{bmatrix} b_m^{(1)} \\ b_m^{(2)} \\ \vdots \\ b_m^{(S)} \end{bmatrix}$$
$$m = 1, 2, \dots, M$$

Typowe zadania decyzyjne

⌘ Programowanie kwadratowe

Zmienne decyzyjne: $x \in \mathcal{D}_x \subseteq \mathcal{R}^S$

Funkcja celu: $F(x) = x^T A x + b^T x + c$ $A \in \mathcal{R}^{S \times S}$, $b \in \mathcal{R}^S$, $c \in \mathcal{R}$

Ograniczenia:

$$\varphi_l(x) = d_l^T x - \alpha_l = 0, \\ l = 1, 2, \dots, L$$
$$d_l = \begin{bmatrix} d_l^{(1)} \\ d_l^{(2)} \\ \vdots \\ d_l^{(S)} \end{bmatrix}$$

$$\psi_m(x) = e_m^T x - \beta_m \leq 0, \\ m = 1, 2, \dots, M$$
$$e_l = \begin{bmatrix} e_m^{(1)} \\ e_m^{(2)} \\ \vdots \\ e_m^{(S)} \end{bmatrix}$$

Typowe zadania decyzyjne

⌘ Programowanie ilorazowe

Zmienne decyzyjne: $x \in \mathcal{D}_x \subseteq \mathcal{R}^S$

Funkcja celu: $F(x) = \frac{a^T x + b}{c^T x + d}$

$$a \in \mathcal{R}^S, b \in \mathcal{R}, c \in \mathcal{R}^S, d \in \mathcal{R}$$

Ograniczenia:

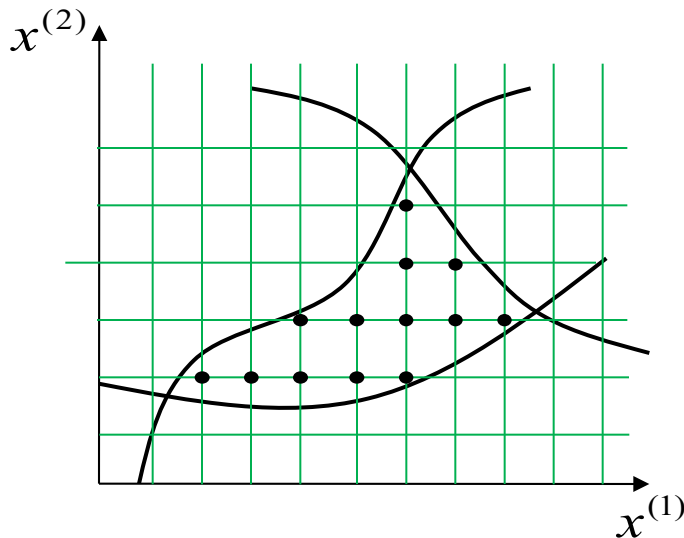
$$\varphi_l(x) = p_l^T x - \alpha_l = 0, \quad l = 1, 2, \dots, L$$
$$p_l = \begin{bmatrix} p_l^{(1)} \\ p_l^{(2)} \\ \vdots \\ p_l^{(S)} \end{bmatrix}$$

$$\psi_m(x) = q_m^T x - \beta_m \leq 0, \quad m = 1, 2, \dots, M$$
$$q_l = \begin{bmatrix} q_m^{(1)} \\ q_m^{(2)} \\ \vdots \\ q_m^{(S)} \end{bmatrix}$$

Typowe zadania decyzyjne

⌘ Programowanie całkowitoliczbowe

Zmienne decyzyjne: $x \in \overline{\mathcal{D}}_x = \mathcal{D}_x \cap \{x^{(s)} \in \mathcal{C}, s = 1, 2, \dots, S\}$

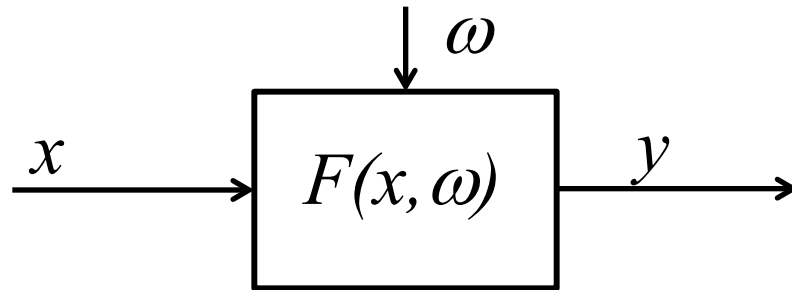


Inne równoważne

$x \in \overline{\mathcal{D}}_x = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ - typoszereg

$x \in \overline{\mathcal{D}}_x = \{x^{(s)} \in \{0, 1\}, s = 1, 2, \dots, S\}$ - programowanie
zero - jedynkowe (Boolowskie)

Podjmowanie decyzji w warunkach niepewności



$$F(x) = E_{\underline{\omega}}[F(x, \underline{\omega})]$$

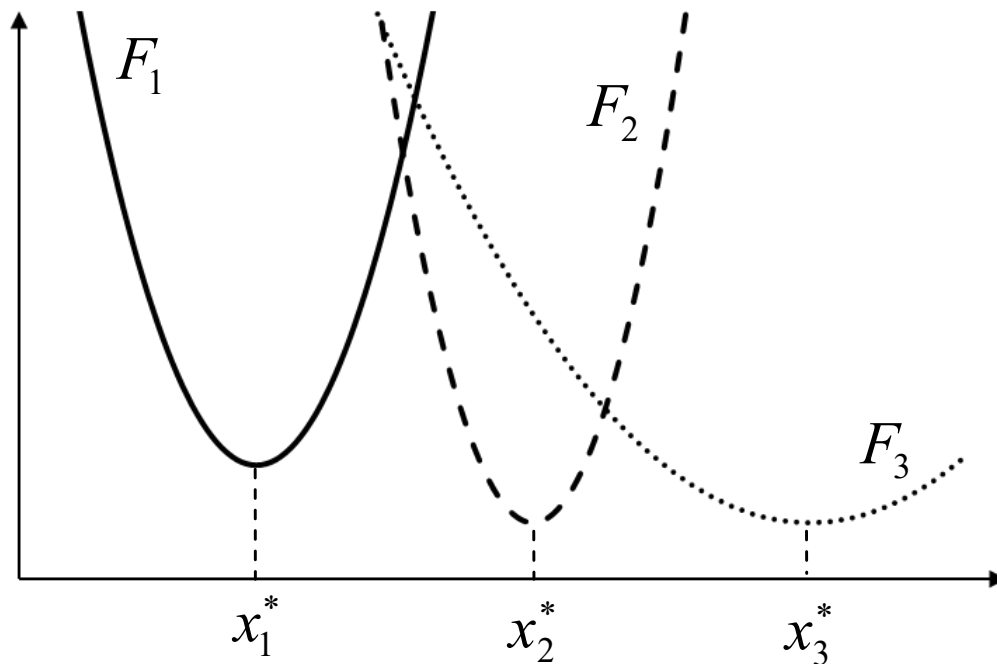
$$\begin{aligned} \mathcal{D}_x &= E_{\underline{\omega}}[\mathcal{D}_x(\underline{\omega})] = \\ &= \left\{ x \in \mathcal{R}^S; E_{\underline{\omega}}[\varphi_l(x, \underline{\omega})] = 0, l = 1, \dots, L, E_{\underline{\omega}}[\psi_m(x, \underline{\omega})] \leq 0, m = 1, \dots, M \right\} \end{aligned}$$

$$x^* \rightarrow F(x^*) = \min_{x \in D_x} F(x)$$

Zadanie polioptymalizacji

x – wektor zmiennych decyzyjnych

$F_1(x), F_2(x), \dots, F_M(x)$ – kilka różnych funkcji celu – ocena wielokryterialna

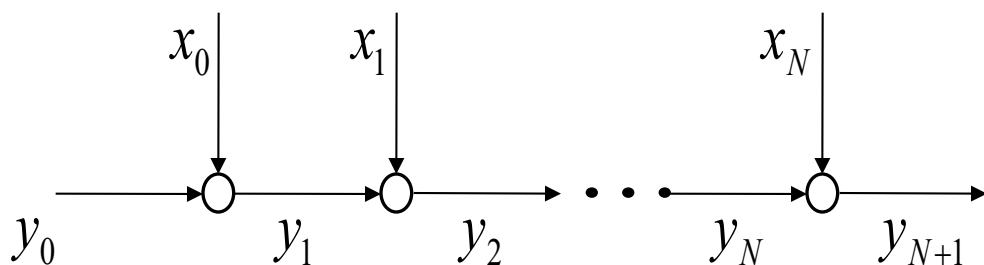


Programowanie dynamiczne

Proces dynamiczny: $y_{n+1} = P(y_n, x_n)$ n – takt

x_n – decyzja w n – tym takcie

y_n – stan procesu w n – tym takcie



15 Saving Tips by
RateCatcher.com



<http://www.all-freeware.com/>

Zadanie decyzyjne: znaleźć ciąg: $x_0^*, x_1^*, \dots, x_N^*$,

dla których wskaźnik $Q(x_0, x_1, \dots, x_N)$ przyjmuje wartość minimalną

Przegląd treści wykładu

Optymalizacja systemów – wstęp, pojęcia podstawowe

Analityczne metody optymalizacji funkcji wielu zmiennych bez ograniczeń

Optymalizacja funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami równościowymi – metoda Lagrange’a

Optymalizacja funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami nierównościowymi – metoda Kuhna-Tuckera

Typowe zadania optymalizacji – programowanie liniowe, kwadratowe, ilorazowe

Zadanie programowania całkowitoliczbowego – metoda podziału i ograniczeń

Przegląd treści wykładu

Numeryczne metody optymalizacji – wprowadzenie

Zadanie optymalizacji w kierunku – numeryczne metody optymalizacji funkcji jednej zmiennej

Bezgradientowe metody optymalizacji funkcji wielu zmiennych

Gradientowe metody optymalizacji funkcji wielu zmiennych

Numeryczne metody optymalizacji funkcji wielu zmiennych z ograniczeniami – transformacja zmiennych, funkcje kary zewnętrznej i wewnętrznej

Przegląd treści wykładu

Metody poszukiwań losowych

Algorytmy ewolucyjne i metaheurystyki w zadaniu optymalizacji

Podejmowanie decyzji w warunkach niepewności – model probabilistyczny

Optymalne decyzje – model Bayes'a

Gra w podejmowaniu decyzji

Przegląd treści wykładu

Złożone zadania optymalizacji – dekompozycja i koordynacja

Decyzje wieloetapowe – programowanie dynamiczne

Wybrane problemy z zakresu optymalizacji wielokryterialnej

Literatura

❧ LITERATURA PODSTAWOWA:

- ❧ Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A., *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*, PWN, Warszawa, 1980
- ❧ Seidler J., Badach A., Molisz W., *Metody rozwiązywania zadań optymalizacji*, WNT, Warszawa, 1980
- ❧ Kusiak J., Danielewska-Tulecka A., Oprocha P. *Optymalizacja. Wybrane metody z przykładami zastosowań*, PWN, Warszawa, 2009.
- ❧ Edwin Chong, Stanisław Żak, *An Introduction to Optimization*, John Wiley & Sons, 2013
- ❧ <https://byes.pl/wyklady-prof-swiatka/>



LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

-  Bazara M.S., Shetty C.M., *Nonlinear Programming, Theory and Algorithms*, John Wiley and Sons, New York 1979
-  Brdyś M., Ruszczyński A., *Metody optymalizacji w zadaniach*, WNT, Warszawa 1985
-  De Groot M.H., *Optymalne decyzje statystyczne*, PWN, Warszawa 1981
-  Zieliński R., Neuman P., *Stochastyczne metody poszukiwania minimum funkcji*, WNT, Warszawa 1985

Dziękuję za uwagę

